Sistema dinâmico caótico – Circuito de Chua

Weslley da Silva Oliveira
Franciane Silva de Azevedo

Agência financiadora: CNPq

Resumo: Neste trabalho foi desenvolvido a caracterização do sistema dinâmico apresentado no circuito de chua, que é composto basicamente de duas partes principais, sendo elas o oscilador e a alimentação não linear por partes, que gera um sistema dinâmico não-linear com pontos de equilíbrios, orbitas periódicas e atratores estranhos. A análise do sistema partiu de dedução das equações do circuito realizando posteriormente a simplificação das mesmas, com objetivo de reduzir o número de parâmetros do sistema e simplificar a análise, prosseguindo com obtenção da solução numérica do sistema de equações e a verificação dos resultados a partir de seção de Poincaré, expoentes de lyapunov e a montagem experimental do circuito para exame dos resultados teóricos.

Palavras chave: Caos, Circuito, Atratores.

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas dinâmicos determinísticos, em que o estado em um instante depende funcionalmente do estado precedente ou posterior, com comportamento caótico, passaram a ser estudados a partir de 1880, pelo matemático francês Henri Poincaré em estudos sobre o problema dos três corpos celestes. A partir deste trabalho ele concluiu que “ ... pode acontecer que pequenas diferenças nas condições iniciais produzam grandes diferenças no fenômeno final. Um pequeno erro na entrada produzirá um erro enorme na saída. Previsão torna-se impossível...’’ [1].

Em 1955, no MIT (Instituto de tecnologia de Massachusetts) Eduart Norton Lorenz, a partir de estudos da dinâmica da atmosfera, com objetivo na previsão estatística do tempo, chegou a mesma conclusão de Poincaré [2]. Então, em 1984, Dr.Leon Ong Chua, concebeu um circuito eletrônico simples capaz de apresentar comportamento caótico. O objetivo de Chua era refutar a ideia de que o fenômeno do caos era apenas uma abstração matemática. A partir das características dos sistemas de Lorenz e Rossler ele montou o circuito hoje conhecido como circuito de Chua [3], e que foi objeto de estudo deste trabalho.

A partir da caracterização do circuito de chua objetivou-se obter familiaridade aos sistemas dinâmicos não lineares em circuitos eletrônicos, com possível aprofundamento em circuitos de conversão, além da disponibilidade de um circuito prático e operável no qual é possível vislumbrar o comportamento dinâmico não linear com atratores como ciclos limites, pontos de equilíbrios e atratores estranhos.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Para a caracterização do sistema dinâmico do circuito de chua foi utilizado a representação no domínio do tempo, representação no espaço de fase, seção de Poincaré e expoente de Lyapunov. Sendo essas ferramentas de caracterização aplicadas na modelagem do circuito e algumas também no circuito montado na protoboard, como a representação no domínio do tempo e no espaço de fase com utilização do osciloscópio.

O circuito de chua consiste em quatro componentes lineares passivos, sendo um indutor, dois capacitores e um resistor, e um componente não-linear ativo que é conhecido como diodo de chua, ele tem como princípio de funcionamento uma fonte de corrente dependente de tensão e um resistor de resistência negativa. O esquema do circuito é apresentado a seguir:

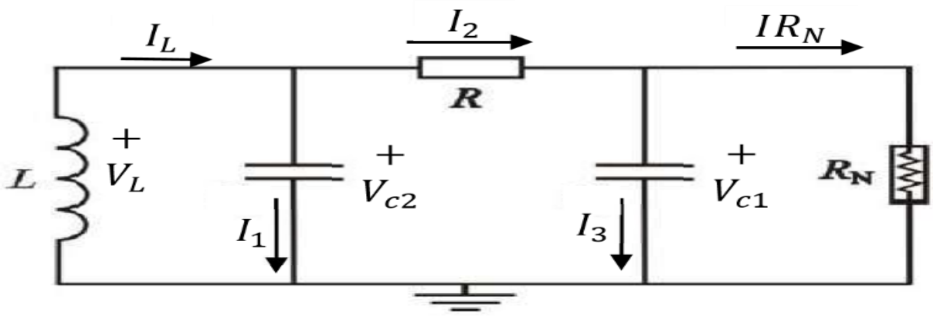

Figura 1: Esquema elétrico do Circuito de Chua.
Fonte: VALERIO, 2014

A partir das Leis de Kirchhoff de circuitos elétricos e de equações que relacionam corrente e tensão nos capacitores e indutores, e realizando o reescalonamento proposto em [4], obtemos o sistema de equações diferencias mostrado a seguir. Os valores dos componentes são de acordo com os do artigo [5].

$$\left[\ \right] = \left[\begin{matrix} -\alpha.(x+f(x))\ x & \alpha.y & 0 \\ 0 & -y & z \\ & -\beta.y & 0 \end{matrix}\right] \qquad (1)$$

Onde f(x) é a equação característica do diodo de chua [6]. E é dada a seguir.

$$f(x) = ax + \frac{1}{2}.(b-a).(|x+B| - |x-B|) \qquad (2)$$

Substituindo a equação (2) no sistema de equações diferencias (1) obtém-se o sistema de equações utilizado no software Matlab utilizando a função ode45 para encontrar a solução numérica do sistema e obter as representações no domínio do tempo e no espaço de fase, que é uma representação associada as variáveis independentes do sistema. Os valores dos expoentes de Lyapunov foram obtidos também a partir do Matlab, mas com a utilização do programa MATDS, que é um programa para investigação em sistemas dinâmicos.

E para a seção de Poincaré foi escrito um script no matlab para utilizar os dados gerados da solução numérica do sistema de equações diferenciais e traçar um plano perpendicular as trajetórias com pontos onde as trajetórias cortam o plano em um determinado sentido.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A representação no domínio do tempo da variável y, que corresponde a tensão sobre o capacitor 2 é mostrada na figura (4).

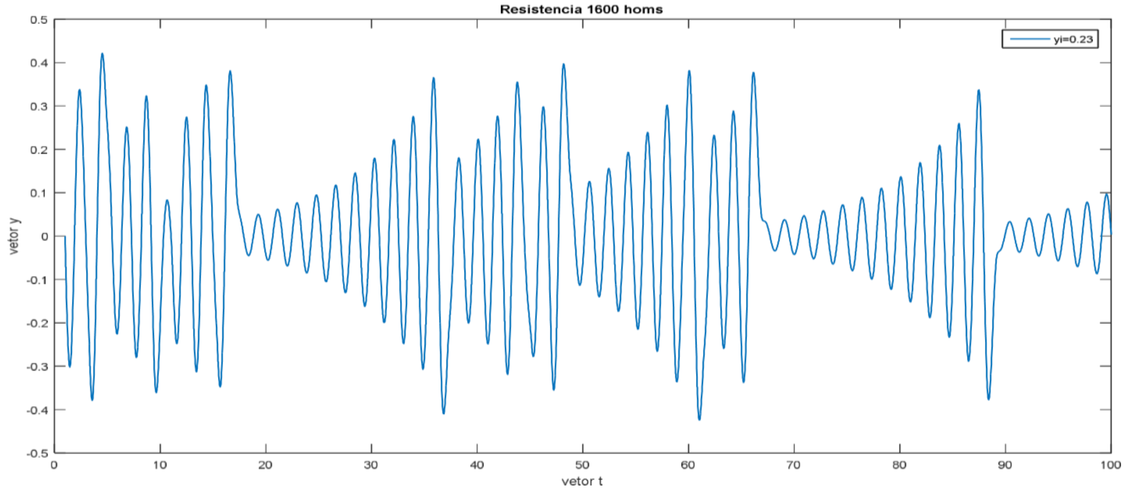

Figura 4: Representação no domínio do tempo da variável que corresponde a tensão sobre o capacitor 2 a partir da simulação computacional, com condição inicial igual a 0.23 e valor de R igual a 1600. Fonte: Acervo do Autor, 2018.

A representação aqui mostrada pode parecer ter certo padrão de repetição, mas isso não é uma verdade, pois o sistema é aperiódico. Pode-se utiliza a representação no domínio do tempo para visualizar como o sistema se comporta quando há uma modificação nas condições iniciais. Assim, modificando a condição inicial na ordem de uns cem mil anos podemos visualizar a divergência das trajetórias, o que mostra o porquê de o sistema ser imprevisível.

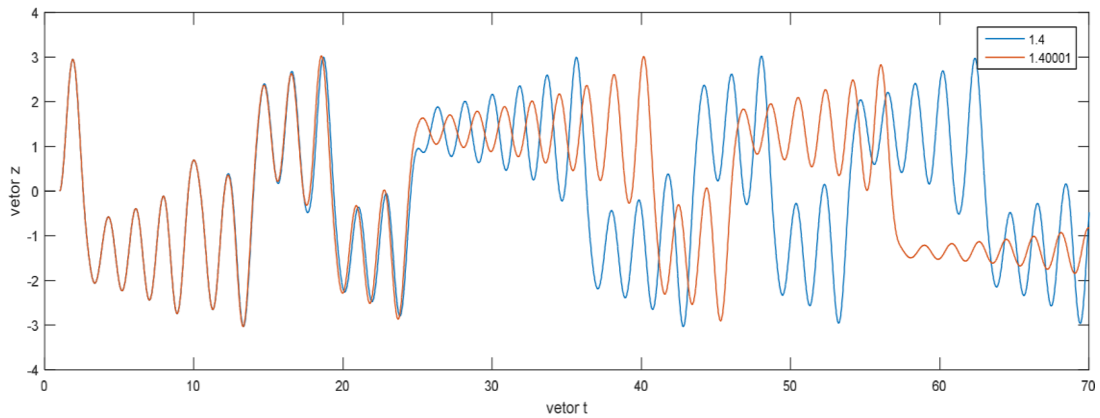

Figura 5: Representação no domínio do tempo da corrente sobre o indutor, relacionados as variáveis t e z respectivamente, para condições iniciais igual a 1.4 (Azul) e igual a 1.40001 (Vermelho). Fonte: Acervo do autor, 2018.

Uma forma de quantificar a divergencia do sistema é pelo valor do expoente de lyapunov, que para esse sistema ficou em 0.23, -0.002 e -5.97. Esses valores mostram que o sistema apresenta uma das caracteristicas de sistemas caóticos, que é um valor positivo para o expoente de lyapunov [3]. Isso evidência que ele possui sensibilidade as condições iniciais. Os valores foram cálculados a partir do Programa MATDS para invertigação de sistemas dinâmicos.

No espaço de fase observa-se o atrator double scroll que mostra as trajetórias contidas em um local sem se cruzarem, isso ocorre em razão de o sistema ser tridimensional, obedecendo mais uma característica de sistemas caóticos, que determina que para um sistema dinâmico autônomo apresentar comportamento caótico ele deve ser tridimensional [3].

A seção de poincaré mostra os pontos nos quais as trajetórias cortaram o plano perpendicular a ela, ele tem como objetivo mostrar o comportamento das trajetórias, pois elas podem estar em um só ponto, quando o atrator for um ponto de equilíbrio, em finitos pontos com certo padrão, quando o atrator forma orbitas periódicas, e quando não houver padrões de repetição das trajetórias e o número de pontos for muito grande teremos possivelmente um sistema com comportamento caótico.

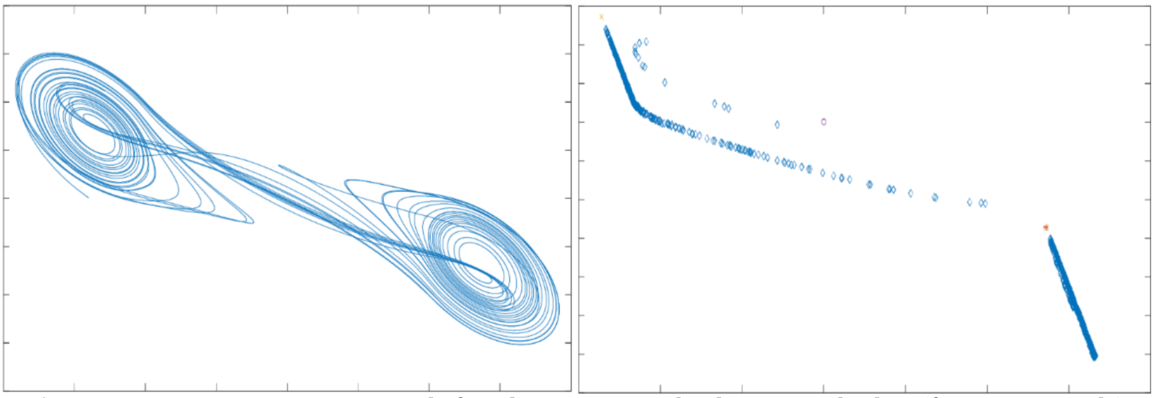

Figura 5: Representações no espaço de fase do atrator estranho do circuito de chua (figura a Esquerda) e Representações da seção de poincaré (figura a Direita) com projeção z vs x, que correspondem a corrente no indutor e tensão no capacitor 1. Fonte: Acervo do autor, 2018

4. CONCLUSÃO

Com os resultados do expoente de Lyapunov, da seção de poincaré e do atrator obtido no espaço de fase conclui-se que o circuito de chua apresenta uma dinâmica complexa e que mesmo sendo um sistema autônomo e determinístico, regido por equações diferenciais, ele apresenta em sua dinâmica o que se chama de comportamento caótico.

5. REFERÊNCIAS E CITAÇÕES

Monteiro LHA. Sistemas Dinâmicos. 2ºed. 625 pág. São Paulo: Livraria de Física.2006. Disponívelem https://books.google.com.br/books?id=w0eYcHddMq0C&printsec=frontcover&hl=ptBR#v=onepage&q&f=false. Acesso em 08/2018.

Gleick J. Caos: a criação de uma nova ciência/ James Gleick; tradução de Waltensir Dutra. – Rio de Janeiro: Elsevier, 1989.- 16º reimpressão.

Prebianca F. Estudo de um circuito de chua com realimentação tipo seno. 2014. 82 f. Dissertação de Mestrado – Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC) - Centro de Ciências Tecnológicas (CCT), Joinville, 2014.

Medrano-t RO. Caos Homoclínico no Espaço dos Parâmetros. 2004. 179 f. Tese de Doutorado (Doutor em Ciências) – Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

Kennedy MP. “Three steps to chaos. II. A chua’s circuit prime, “in IEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental theory and Applications, Vol. 40, no. 10,pp 657-674, oct.1993.

Valerio LR. Dinâmica não Linear e Caos: circuito de chua. 2014. 31 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Ferderal de Alfenas (Unifal-MG), Alfenas, 2014.