



Estimativa do crescimento da população feminina paraense usando o modelo matricial de Leslie

Gabriel Costa Dourado
Cecilia Orellana Castro

Palavras chave: Álgebra Linear. Modelo de Leslie. Crescimento Populacional.

Resumo: Neste trabalho descreve-se o crescimento populacional feminino por faixas etárias da população paraense utilizando o modelo matricial de Leslie. Este modelo é amplamente fundamentado e estruturado tanto na teoria como na prática, para tal usam-se alguns conceitos da álgebra linear como autovalores, autovetores e diagonalização de matrizes. Na tentativa de apresentar à comunidade científica e sociedade paraense uma aplicação prática envolvendo matrizes, este trabalho usa o modelo de Leslie para projetar a população feminina distribuída em diversas faixas etárias no estado do Pará a curto e longo prazo. O modelo obtido é implementado no software matemático Octave. Com resultados oriundos desta pesquisa pode-se afirmar que a população feminina paraense tende a decrescer com o passar dos anos. A população das primeiras faixas etárias diminuirá ao contrário da população das últimas faixas etárias que aumentará.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho realiza uma estimativa a curto e longo prazo das mudanças no tamanho da composição das mulheres paraenses em diferentes faixas etárias, com o intuito de demonstrar a importância da matemática, em específico da álgebra linear, apresentando uma aplicação significativa a comunidade acadêmica e sociedade paraense.

Diante da dificuldade de associar a matemática à realidade das pessoas, em especial dos discentes, esta pesquisa busca apresentar uma aplicação matemática, de forma simples e objetiva. Fundamentado no que aponta (SAVIANI, 1980) e (LIBÂNEO, 1989), a pedagogia tradicional, na qual o professor é o ator principal e o aluno um espectador passivo, que recebe o conhecimento como um simples recipiente, tornou-se obsoleta. Os alunos devem interagir ativamente no seu processo de aprendizagem, analisar, refletir, discutir, sobre sua própria existência e da sociedade, o professor e a escola devem cultivar este processo. Com base nisso, procura-se mostrar uma aplicação de métodos matemáticos em questões cotidianas.

Dentre as aplicações da matemática em diversas áreas do conhecimento, este trabalho apresenta um modelo matemático que auxilia na Biologia, este modelo descreve o crescimento de populações de fêmeas de seres vivos. Trata-se de um modelo já conhecido e utilizado desde a década de 40, o modelo de Leslie.

Atualmente já existem trabalhos usando este modelo com aplicações na população brasileira, como por exemplo na dissertação de mestrado, (ONOFRE, 2017). Nesse trabalho realizou-se a projeção da população brasileira feminina por faixas etárias, concluindo que essa população tende a se estabilizar no futuro, com uma taxa de crescimento de aproximadamente 1% a cada 10 anos. Também verificou-se que existem fortes indícios de que o atual sistema previdenciário brasileiro não se sustente no futuro, mantidas as taxas de crescimento e longevidade.

Como embasamento teórico temos (BOLDRINI, 1980), (ANTON, 2001), (ONOFRE, 2017) e outros, além de dados colhidos no site do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), que serviram de base para essa pesquisa.

Este trabalho tem como objetivo, estimar a quantidade da população feminina paraense por faixas etárias a curto e a longo prazo, baseado no modelo matricial de Leslie e implementado no software Octave com os dados do IBGE. Adicionalmente pretende-se apresentar os resultados à sociedade e comunidade acadêmica do Instituto de Engenharia do Araguaia - IEA da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará - UNIFESSPA.

2. MATERIAL E MÉTODOS

O trabalho começa com uma pesquisa bibliográfica necessária ao entendimento do modelo de Leslie, os conceitos mais usados são, autovetores, autovalores e diagonalização de matrizes. Também houve uma parte prática, aprender a programar no Octave e a digitar textos acadêmicos usando LaTeX.

Este trabalho tem caráter quantitativo, uma vez que o objetivo é estimar o crescimento populacional das mulheres em intervalos de tempo de 4 anos, e para isso usamos dados do último Censo Demográfico realizado pelo IBGE em 2010, pois o censo é realizado de dez em dez anos. Esses dados são: a população residente, a taxa de natalidade e mortalidade. Considerouse 21 faixas etárias de 4 em 4 anos, para mais detalhes consulte o Trabalho de Conclusão de Curso-TCC, (DOURADO, 2018).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como estimativa a curto prazo foram considerados 10, 20 e 30 anos, como estimativa a longo prazo foram considerados 50, 70 e 100 anos. Na seguinte tabela, nas primeiras três colunas é apresentada a nossa estimativa da quantidade de mulheres vivas a curto prazo, desde a quarta até a sexta coluna, a nossa estimativa a longo prazo.

Idades	10 anos	20 anos	30 anos	50 anos	70 anos	100 anos
1 a 4 anos	210.170	127.880	78.596	29.715	11.233	2.611
5 a 9 anos	218.970	133.080	81.884	30.958	11.704	2.720
10 a 14 anos	225.990	139.490	85.898	32.472	12.276	2.853
15 a 19 anos	232.390	146.470	90.106	34.059	12.876	2.993
20 a 24 anos	244.680	153.870	94.435	35.695	13.494	3.137
25 a 29 anos	267.240	161.330	98.892	37.389	14.135	3.285
30 a 34 anos	289.190	168.470	103.530	39.152	14.801	3.440
35 a 39 anos	293.360	175.370	108.310	40.957	15.483	3.599
40 a 44 anos	284.690	183.020	113.220	42.789	16.176	3.760
45 a 49 anos	265.160	192.220	118.130	44.627	16.871	3.921
50 a 54 anos	346.710	201.720	122.740	46.384	17.535	4.076
55 a 59 anos	365.920	208.810	126.910	48.015	18.152	4.219
60 a 64 anos	383.770	211.210	130.370	49.360	18.660	4.337
65 a 69 anos	353.440	210.500	132.670	50.176	18.969	4.409
70 a 74 anos	323.810	212.140	133.410	50.335	19.029	4.423
75 a 79 anos	285.760	215.280	129.970	48.987	18.520	4.305
80 a 84 anos	219.510	206.600	120.360	45.492	17.198	3.997
85 a 89 anos	149.580	172.080	102.870	39.074	14.771	3.433
90 a 94 anos	94.090	125.360	80.587	30.644	11.584	2.692
95 a 99 anos	45.567	69.378	50.293	18.991	7.179	1.668
100 anos ou mais	19.122	45.565	26.510	99.138	3.748	871
TOTAL	5.119.119	3.459.843	2.129.691	894.409	304.394	70.749

Fonte: própria do autor

Esses resultados foram obtidos ao resolver um sistema linear com matriz de tamanho 21×21 , denotada por L cujas entradas foram obtidas a partir dos dados do IBGE sobre a população feminina paraense. Os produtos vetoriais e matriciais necessários para obter os resultados apresentados foram realizados no Octave.

A pesar de que na Tabela apresentada acima permite uma leitura pontual da distribuição etária da população, um dado que fornece uma ideia geral do padrão do processo de crescimento é o autovalor dominante da matriz de Leslie L . Pelo Teorema do Autovalor Dominante, a matriz

L obtida com os dados da população feminina paraense possui um autovalor positivo dominante, para calcularmos o autovalor dominante usa-se um Algoritmo no Octave obtendo que, o autovalor dominante da matriz L que modela a população feminina paraense é $\lambda_1 = 0.95253$. De acordo com (ANTON, 2001), consideram-se três casos:

- (i) Se $\lambda_1 > 1$ a população acaba aumentando;
- (ii) Se $\lambda_1 < 1$ a população acaba diminuindo;
- (iii) Se $\lambda_1 = 1$ a população acaba diminuindo.

Assim, a população feminina paraense está diminuindo a uma taxa de aproximadamente 4,7% ao ano.

4. CONCLUSÃO

A estimativa do crescimento da população feminina paraense obtida a partir dos dados do IBGE mostra que no decorrer dos anos, o número de mulheres, a começar pelas faixas etárias iniciais tende a diminuir gradualmente. Este resultado é coerente com os resultados apresentados em (ONOFRE, 2017) onde é aplicado o modelo de Leslie na população brasileira, estes resultados permitem afirmar que é muito provável que o atual sistema previdenciário brasileiro não se sustentará no futuro, por haver mais aposentados do que contribuintes.

É importante ressaltar que os resultados obtidos usam o fato de que as mulheres devem continuar se reproduzindo e morrendo no mesmo ritmo retratado no Censo de 2010 do IBGE.

Durante a aplicação com os discentes do curso de Licenciatura em Matemática do IEAUnifesspa, percebemos que houve um maior interesse, por parte deles, em querer entender todo o processo que nos levou a obtermos estes resultados, uma vez que a aplicação foi considerada por eles "interessante". Também a utilização do programa Octave que foi mostrada passo a passo contribuiu de forma considerável, haja vista que o uso de tecnologias no ensino de Matemática é muito importante.

Como trabalhos futuros recomenda-se fazer uma projeção futura da população feminina por faixa etária, considerando as taxas de imigração e emigração assim como propor um modelo matricial para projetar a futura população tanto masculina como feminina.

REFERÊNCIAS E CITAÇÕES

- ANTON, H.; RORRES, C. Álgebra Linear com aplicações. 8. ed. [S.l.]: Bookman, 2001.
- BOLDRINI, J. L.; COSTA, S. I. R.; FIGUEREIDO, V. L.; G., WETZLER H. Álgebra Linear. 3. ed. [S.l.]: HARBRA, 1980.
- BRASIL, M. E. PCN mais Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. [S.l.]: Brasília: MEC/Semtec, 2000.
- DOURADO, G. C. Estimativa do crescimento da população feminina paraense usando o modelo matricial de Leslie. 2018. 64 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Instituto de Engenharia do Araguaia, Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Santana do Araguaia, 2018.
- LIBÂNEO, J. C. Democratização da Escola Pública: a pedagogia crítica social dos conteúdos. [S.l.]: São Paulo: Loyola, 243 p, 1989.
- ONOFRE, M. M. Matriz de Leslie aplicada aos modelos populacionais. Dissertação (Dissertação de Mestrado) - Curso de Profmam, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017.
- SAVIANI, D. Educação e questões da atualidade. [S.l.]: São Paulo: Cortez, 242 p., 1980.