

ANÁLISE DE UM CIRCUITO RLC CÁOTICO COM ELEMENTO NÃO LINEAR

Luiz Guilherme Saraiva Silva – Unifesspa
chesspebas@unifesspa.edu.br
Franciane Azevedo - Unifesspa
franazevedo@unifesspa.edu.br

Agência Financiadora: FAPESPA

Eixo Temático/Área de Conhecimento: Equações Diferenciais Ordinárias

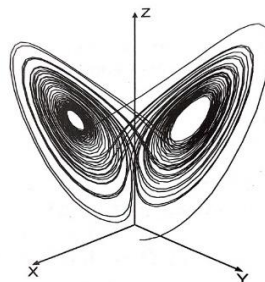
1. INTRODUÇÃO

Durante a graduação, é costumeiro analisar os problemas físicos de uma maneira minimalista, para apresentar os conceitos aos discentes. No entanto, quando pressionada a mostrar mais informações sobre as situações, a natureza tende a ser mais complicada, e por vezes, tende a ser não linear. Nesse sentido, as técnicas aprendidas para resolução de equações diferenciais lineares podem não ser úteis para essas situações. A teoria do caos, ao contrário do que muitos podem deduzir, não se trata do estudo de eventos aleatórios, como o lançamento de uma moeda, mas sim de um caos determinístico, onde o momento atual de um sistema depende daquele que acabou de passar, e, principalmente, um sistema caótico tem uma dependência muito sensível as condições iniciais. Isso significa que não é o bastante saber a posição e velocidade de um objeto em determinado sistema não linear, para determinar a sua situação em um momento futuro, independentemente de conhecermos ou não as equações que regem o movimento.

Em muitas áreas da ciência o caos foi observado, como em batimentos cardíacos irregulares, movimento dos planetas, epidemias, populações, circuitos elétricos e muitos outros, como explica Marion, 2011, que confere o crédito pelo reconhecimento do caos a Henri Poincaré, por ser o primeiro a reconhecer a existência do caos.

No entanto, é importante mencionar a contribuição de E. N. Lorenz, que mostrou durante sua investigação meteorológica que um sistema não linear simples, de apenas três equações diferenciais de primeira ordem, quando acopladas podem evoluir para um sistema extremamente complexo, como mostram Fiedler e Cintra (2011). A solução desse sistema pode ser vista na figura 1. Além do apelo geométrico de Lorenz, quando apresentou seu trabalho no 139^a Encontro da Associação Americana para o Progresso da Ciência, a teoria do caos ganharia ainda mais popularidade, e se tornaria um marco na cultura pop inspirando filmes e outros produtos, por conta do título da apresentação: “ Predicabilidade: O bater de asas de uma borboleta no Brasil provoca um tornado no Texas?”, que ganhou muito reconhecimento científico e prêmios (VALERIO, LUIS RENATO. 2014).

Figura 1: Solução das equações de Lorenz para determinado conjunto de parâmetros



VI Seminário de Iniciação Científica

Pesquisa na Amazônia: Novos cenários

27, 29 e 30 de Outubro de 2020

On-line pela plataforma Google Meet

UNIFESSPA | PROPIT

Um conceito muito estudado nas disciplinas de física da graduação, durante a investigação de fenômenos oscilatórios, é o do oscilador harmônico amortecido com uma força de impulsão. No entanto, quando a equação do movimento oscilatório amortecido e forçado, unidimensional, contém potências de x maiores que a linear, então o sistema passa a ser do tipo não linear, assim como a equação diferencial resultante. A equação investigada nesse trabalho introduz um termo cúbico de x para representar a não linearidade na força restauradora. Com a inserção desse termo, a equação de Duffing foi e continua a ser usada como modelo para diversos sistemas, incluindo sistemas elétricos (STROGATZ, 1994). Nesse caso, a equação de Duffing fica caracterizada como (Kalmár, T. Balachandran, B. 2011):

$$F = -kx + \beta x^3$$
$$\ddot{x} + k\dot{x} + x + \beta x^3 = F \cos \omega t$$

A equação de Duffing é, basicamente, a equação de descreve o oscilador harmônico amortecido e forçado, com a adição do termo cúbico na lei de Hook, o que muda completamente a dinâmica do sistema. Como a maioria dos sistemas mecânicos oscilatórios possuem um análogo elétrico, a equação de Duffing não poderia deixar de ser diferente. Beige et al. sugeriu que a equação investigada nesse trabalho poderia ser representada por um circuito RLC em série, com uma capacitância não linear, alvo de experimento neste trabalho. A equação ganha, nesse caso, a seguinte forma:

$$\ddot{D} + D \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2 D + \frac{\omega_0^2 B}{A} D^3 = \frac{\omega_0^2 U_0}{aA} \cos \omega t$$

Onde:

D é o deslocamento elétrico, análogo a posição no sistema massa-mola;

Q é o fator de qualidade do circuito, análogo a qualidade do sistema massa-mola, esse fator também depende da grandeza dissipativa;

A é o recíproco da permissividade elétrica do cristal;

B é o coeficiente de não linearidade, análogo ao β do termo cúbico da força restauradora do sistema massa-mola;

“ a ” é a espessura do cristal, característica que afeta a capacitância;

U_0 é a amplitude da tensão aplicada, análogo da amplitude da força de impulsão no sistema massa-mola;

ω é a frequência da tensão aplicada.

O projeto descrito visa a investigação de sistemas dinâmicos não lineares, sobretudo a equação de Duffing aplicada a um circuito elétrico do tipo RLC com excitação, onde o capacitor é modelado por um cristal de ADP, tornando-o um elemento não linear. O cristal tem como função ser o elemento não linear do circuito, fornecendo ao mesmo algumas das características que o tornam um fenômeno caótico. Esse modelo foi proposto por Beige et al. em 1992, quando a teoria do caos dava passos importantes em seu desenvolvimento. Com o avanço da ciência e tecnologia, espera-se ser possível obter resultados precisos o bastante para colocar o modelo a prova.

- Objetivo Geral: realizar uma análise generalista sobre sistemas dinâmicos não lineares, comparando com os sistemas lineares;
- Objetivo específico: realizar um experimento envolvendo um circuito elétrico RLC em série com uma capacitância não linear, afim de identificar características caóticas no sistema.

2. MATERIAS E MÉTODOS

Duas características podem ser observadas nos sistemas caóticos:

1. O comportamento irregular das variáveis em função do tempo;

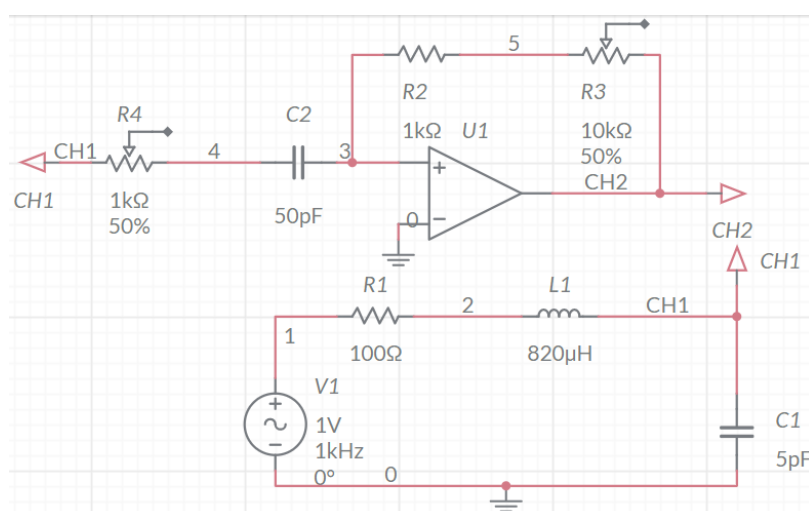
2. O crescimento exponencial das incertezas previamente presentes no modelo;

Como conhecido da teoria de equações diferenciais, a solução particular para uma equação de segunda ordem só fica bem definida com duas quantidades fornecidas, chamadas de condições iniciais (x_{t_0} e \dot{x}_{t_0}) (Zill, Dennis G.; Cullen, Michael R.; 2001). Um gráfico que mostra a relação entre essas duas quantidades é chamado de espaço de fase. A medida que o tempo avança, o ponto $p(x_{t_0}, \dot{x}_{t_0})$ se move em um caminho nesse espaço de fase. A junção de todos os caminhos de fase em um mesmo gráfico, constitui o espaço de fases (MARION, 2011).

Para simular o análogo elétrico da equação de Duffing, um circuito eletrônico RLC em série típico é necessário, e os componentes são: o diodo retificador, o cristal de ADP como capacitor, o diferenciador, e também o gerador de função e osciloscópio.

O circuito na figura 2 é um típico circuito RLC em série. Esses circuitos são clássicos nos cursos de elétrica por conta da sua vasta aplicação. Além disso, esse tipo de arranjo apresenta características oscilatórias, como já discutido, o que sempre é alvo de estudos na física. Nesse caso, o capacitor C1 é modelado por um cristal de ADP, que confere ao mesmo características não lineares ao circuito; enquanto CH1 e CH2 são as pontas de prova do osciloscópio. O principal alvo de observação é a tensão de saída no capacitor, e busca-se comparar esse sinal com a frequência da fonte externa nos entornos da frequência natural e de ressonância do sistema, que são pontos chaves para a identificação de regime caótico em sistemas não lineares, como já discutido.

Figura 2: Circuito experimental



Fonte: Autor

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em meados de março de 2020 uma pandemia assolou o mundo, afetando diretamente a todos os setores da sociedade. Nesse cenário, a Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará também sofreu com esse



fenômeno, tendo que suspender todas as atividades presenciais de aula e pesquisa desenvolvidas em seus campi, afim de evitar o contágio da COVID-19. Tragicamente, a paralisação das atividades ocorreu, coincidentemente, logo no início do processo de experimento deste trabalho, o que afetou de maneira irremediável os resultados que poderiam ser obtidos.

Ainda assim, foram estudadas as características dinâmicas dos circuitos RLC, bem como uma breve investigação sobre a teoria de sistemas caóticos, para a verificação de caos nesse tipo de circuito elétrico através das técnicas mais tradicionais recomendadas pela bibliografia.

O principal ponto a ser observado é a compatibilidade entre os resultados do experimento e o modelo elétrico proposto para a equação de Duffing, investigada nesse trabalho. Devido a impossibilidade da realização do experimento por forças maiores, ficou-se inviável determinar se o circuito apresenta ou não características caóticas na configuração investigada, devido a inviabilidade da realização de simulações computacionais.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Levando-se em consideração todo o percurso de investigação da pesquisa, é possível destacar o principal ponto positivo que é o alinhamento entre os conhecimentos adquiridos durante a formação acadêmica, principalmente nas disciplinas de equações diferenciais, física e circuitos elétricos, para a compreensão de um conteúdo muito mais sofisticado que é a teoria de sistemas dinâmicos para o alcance dos objetivos propostos, garantindo afirmações consideráveis e aplicações futuras para aprimoramento na área de pesquisa.

Ademais, destaca-se algumas considerações a serem implementadas:

- ✓ Determinar as variáveis que afetam o fator de não linearidade do circuito, para fins de futuras simulações computacionais;
- ✓ Realizar o experimento com outros cristais, afim de comparar os resultados;

REFERÊNCIAS

- ALVEZ MONTEIRO, L. H. **Sistemas dinâmicos**. 1. ed. São Paulo: LIVRARIA DA FÍSICA, 2002.
- FIEDLER-FERRARA, N. DO PRADO, C. **Caos, uma introdução**. 1. ed. São Paulo: BLUCHER, 1994.
- H. BEIGE, M. DIESTELHORST, R. FOSTER, T. KRIETSCH. **Chaos near structural phase transitions**. *Phase Transitions* **37**, 213-238(1992).
- MARION, B.; THORNTON, T. **Dinâmica clássica de partículas e sistemas**. 5. ed. São Paulo: CENGAGE LEARNING, 2011.
- NYE, J. F. **Physical properties of crystals**. **37**, 2Oxford University Press: Oxford, (1986).
- PINTO, REINALDO D. **Fenômenos não lineares em física: uma introdução ao caos determinístico e aos sistemas dinâmicos**. 25 fev. 2008, 2 jul 2008. 5 p. Notas de aula: Instituto de Física - USP.
- W. P. MASON. **The elastic, piezoelectric, and dielectric constants of potassium dihydrogen phosphate and ammonium dihydrogen phosphate** *Phys. Rev.* **69**, 173-194(1946).
- ZILL, DENNIS G.; CULLEN, MICHAEL R. **Equações diferenciais- Volume 1**. 3. ed. São Paulo: PEARSON MAKRON BOOKS, 2001.